

## **MODELO**



**SISTEMA UNIFICADO DE PLANIFICACIÓN ELÉCTRICA REGIONAL**

**PARA PLANIFICAR LA EXPANSIÓN DE GENERACIÓN E INTERCONEXIONES**

## **MANUALES DEL USUARIO**

SE PRESENTA COMO MUESTRA EL MANUAL DEL MÓDULO PRINCIPAL

(SI REQUIERE MÁS INFORMACIÓN, CONTÁCTENOS)

**MODULO DE PLANIFICACION BAJO INCERTIDUMBRE  
(MODPIN)**



# INDICE

	Página
1. INTRODUCCION .....	I-1
2. CONCEPTOS BASICOS .....	II-1
2.1 Sistema Ejemplo .....	II-1
2.1.1 Opción Hidroeléctrica.....	II-1
2.1.2 Opción Termoeléctrica.....	II-3
2.2 Expansión Óptima - Demanda Determinística .....	II-4
2.4 Incertidumbre en la Demanda .....	II-5
2.5 Incertidumbre en los Costos de Combustible.....	II-7
2.6 Criterios de Arrepentimiento.....	II-8
2.7 Expansión Óptima bajo el Criterio Minimax.....	II-11
2.8 Estrategias de Expansión .....	II-13
3. CARACTERISTICAS BASICAS DEL MODPIN .....	III-1
3.1 Componentes Básicos del Modelo.....	III-1
3.2 Representación del Parque Generador.....	III-1
3.2.1 Plantas Termoeléctricas .....	III-1
3.2.2 Plantas Hidroeléctricas .....	III-2
3.3 Representación del Sistema de Transmisión .....	III-3
3.4 Representación de los Equipos Candidatos.....	III-5
3.5 Representación de la Demanda.....	III-5
3.6 Datos Hidrológicos.....	III-6
3.7 Restricciones Financieras .....	III-7
3.8 Metodología de Solución.....	III-8
3.8.1 Descomposición de Benders.....	III-8
3.8.2 Extensión del Algoritmo para Problemas Estocásticos.....	III-9
4. ASPECTOS COMPUTACIONALES.....	IV-1
5. REFERENCIAS.....	V-1



# CAPITULO I

---

## 1. INTRODUCCION

Una de las tareas básicas de la planificación de la expansión de los sistemas de generación es determinar un cronograma de construcción para los nuevos equipos (centrales hidroeléctricas, plantas termoeléctricas y circuitos de interconexión) que minimice la suma de los costos de inversión y el promedio de los costos operativos a lo largo del período de estudio.

El cálculo de los costos operativos debe tomar en cuenta las *incertidumbres* en las condiciones operativas futuras tales como la disponibilidad hidrológica y la salida forzada de los equipos. En los estudios de planificación y de operación se utilizan ampliamente modelos *probabilísticos* de cálculo de los costos de producción y de evaluación de la confiabilidad de suministro.

La implantación de estas herramientas probabilísticas ha sido un paso importante en la dirección de incorporar las incertidumbres en el proceso de planificación. Sin embargo, otras importantes *fuentes de incertidumbre* todavía se representan como parámetros *determinísticos* en los estudios de planificación:

- tasa de crecimiento de la demanda futura
- costos de combustible
- plazos de construcción de las centrales
- tasas de interés y restricciones financieras
- comportamiento de la economía
- restricciones socioeconómicas
- restricciones ambientales

Un estudio del Banco Mundial (E.Crousillat, "Risk and Uncertainty in Power Planning", *UNDP General Review Seminar*, Tunis, Dec. 1988.) indica que algunas de estas fuentes de incertidumbre fueron más relevantes para el proceso de toma de decisión que los aspectos probabilísticos actualmente representados. Por ejemplo, en algunos casos el uso de pronósticos de demanda determinísticos favorece excesivamente la construcción de plantas con economía de escala, típicamente hidroeléctricas de gran tamaño. La razón es que, si la demanda futura es conocida, los modelos de planificación no toman en cuenta el *plazo de construcción* de los equipos. En otras palabras, si el año 2008 es la fecha óptima de inicio de operación de una planta, y si el plazo de construcción de la misma es 10 años, la fecha para inicio de la construcción se obtiene por simple substracción (1998, en este caso).

Sin embargo, esta fecha de inicio de construcción sólo es óptima si la demanda futura *real* resulta próxima del pronóstico utilizado, lo que es poco probable en la medida en que crecen los plazos de construcción. En otras palabras, las plantas con largo plazo de construcción son poco *flexibles*, y no se adaptan fácilmente a cambios en la demanda futura. Debido a esto, es posible que plantas con costos de construcción más elevados, pero con menores plazos de construcción, se muestren más adecuadas cuando se considera explícitamente la incertidumbre en la demanda.

Por lo tanto, se torna necesario introducir en el proceso de toma de decisiones un tratamiento sistemático y coherente de las distintas fuentes de incertidumbre. Este manual presenta la metodología y los conceptos básicos del modelo MODPIN, para planificación de la expansión de sistemas eléctricos bajo incertidumbres. La metodología se basa en conceptos de programación estocástica y análisis de decisión, los cuales permiten representar de manera explícita las incertidumbres de los distintos factores que afectan el plan de expansión, tales como la demanda, costo de combustible, atraso de obras etc.

El modelo tiene las siguientes características principales:

- a La incertidumbre en la demanda se representa de manera explícita, por medio de escenarios en "árbol". Con esto, el modelo no produce un cronograma de expansión, sino *estrategias* de expansión, que

toman en cuenta la adaptación de las decisiones de inversión en la medida que se definen las incertidumbres. También se representan explícitamente las incertidumbres en los costos de inversión, los costos de combustible, y en el plazo de construcción de los aprovechamientos.

- b La función objetivo no es la minimización del promedio de los costos de inversión y operación, sino la minimización del máximo *arrepentimiento*. Esto permite producir estrategias más "robustas" con respecto al rango de escenarios operativos.
- c En el cálculo de los costos operativos se representa la operación cronológica de los embalses de las plantas hidroeléctricas, y los límites de transmisión entre subsistemas. También se representan limitaciones financieras.

Los conceptos básicos de la metodología se presentan a continuación.

## CAPITULO II

### 2. CONCEPTOS BASICOS

#### 2.1 Sistema ejemplo

Los conceptos básicos de la metodología se ilustran por medio de un sistema con dos alternativas de expansión, que llamaremos *hidroeléctrica* y *térmica*.

##### 2.1.1 Opción hidroeléctrica

El costo de inversión de la hidroeléctrica es de US\$ 27 por MWh de energía firme, que es la energía generada en condiciones hidrológicas desfavorables. En el ejemplo de la figura No. 1, los caudales afluentes varían de 1000 MW promedio hasta 1500 MW promedio, con distribución de probabilidad uniforme

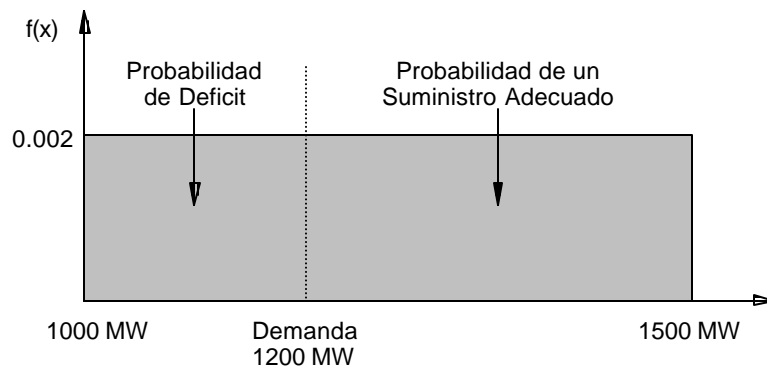


Figura No. 1 - Distribución de Probabilidad de los Caudales Afluentes

La energía firme en este caso es 1000 MW promedio. Si la demanda excede la energía firme, resulta un *déficit de energía*. La *probabilidad* de este déficit es el área a la izquierda de la demanda, como se indica en la Figura. Por ejemplo, para una demanda de 1200 MW promedio, la probabilidad del déficit es igual a  $(1200 - 1000) 0.002 = 0.40$ , esto es, 40%.

En el caso más general, suponga que  $H$  representa la energía firme (1000 MW, en el ejemplo), y que la energía afluente máxima es igual 1.5 veces la firme. Como la distribución de probabilidad se supone uniforme, la densidad de probabilidad  $f(x)$  es constante e igual a  $2/H$ . La *energía no suministrada* ENS es el promedio de la diferencia entre la demanda y la energía afluente, esto es,

$$ENS(D,H) = \int_H^D (D - x)f(x)dx$$

La solución de esta integral resulta en:

$$\begin{aligned}
 ENS(D,H) &= 0 && \text{para } D \leq H \\
 &= \frac{D^2}{H} + H - 2D && \text{para } H \leq D \leq 1.5 H \\
 &= D - \frac{5}{4}H && \text{para } D \geq 1.5 H
 \end{aligned}$$

La energía no suministrada es por lo tanto una función cuadrática de la demanda hasta el punto en que la demanda excede la energía afluente máxima, esto es, donde el riesgo de déficit llega hasta 100%. A partir de este punto, la ENS es una función lineal del déficit. La Figura No. 2 presenta el promedio de la energía no suministrada para distintos niveles de demanda.

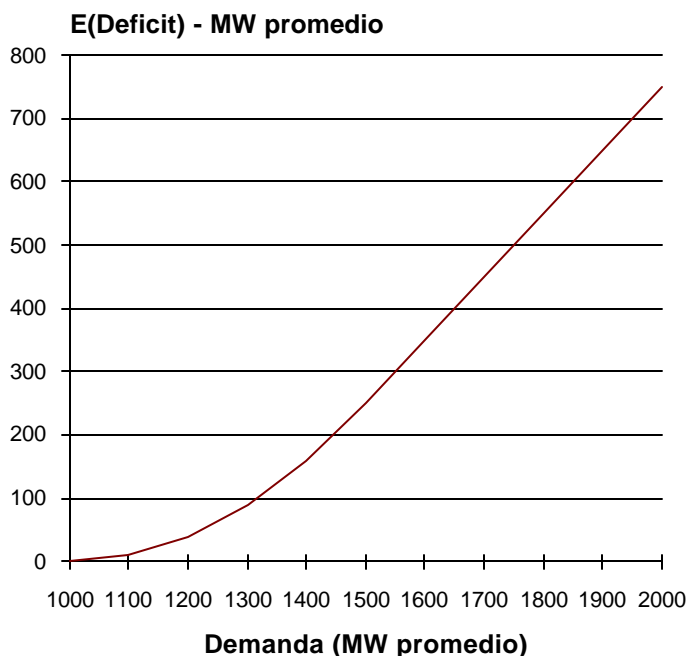


Figura No. 2 - Energía no Suministrada en Función de la Demanda

En los estudios a continuación, la ENS se multiplica por el costo de interrupción de suministro, que se asume como US\$ 300/MWh.

### 2.1.2 Opción termoeléctrica

El costo de inversión de la térmica es de US\$ 14.5 por MWh de capacidad de generación continua. La generación térmica se utiliza para reducir el déficit de suministro, y se calcula como la diferencia entre el déficit del sistema con y sin la térmica:

$$GT = ENS(D,H) - ENS(D - T,H)$$

donde GT es el promedio de la generación térmica, y T es la capacidad térmica instalada. El valor de la generación promedio se multiplica por el costo operativo de la térmica, que es de US\$ 50/MWh generado.

### 2.2 Expansión óptima - demanda determinística

El proceso de planificación se ilustra en la Figura No. 3. Para cada plan tentativo de expansión, se calcula el costo de inversión y el costo operativo asociado. El objetivo es minimizar la suma de los dos costos.

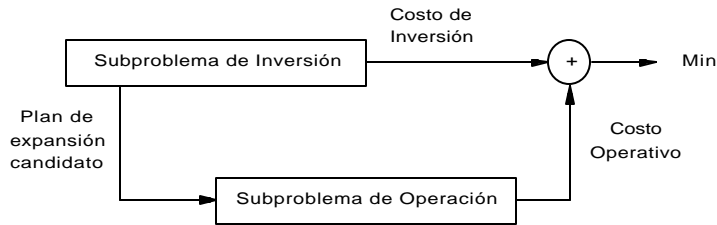


Figura No. 3 - Planificación

Determinística de la Expansión

Se considera inicialmente una demanda de 1000 MW. El cuadro No. 1 presenta siete alternativas de expansión, caracterizadas por distintas proporciones de generación hidroeléctrica y termoeléctrica. También se presentan los costos totales de inversión y operación asociados a cada opción.

Alternativa	Hidro (MW prom.)	Térmica (MW prom.)	Costos Totales Mill. US\$/año
1	0	1000	565
2	150	800	529
3	350	600	421
4	550	400	328
5	750	200	247
6	950	0	232
7	1000	0	237

Cuadro No. 1 - Alternativas de Expansión - Demanda 1000 MW

En este caso, la opción de mínimo costo es la 6 (950 MW de hidroeléctrica).

A continuación, se supone que la demanda es de 2000 MW en la demanda. Las alternativas de expansión son las mismas del cuadro 1, con el doble de capacidad. Los resultados se presentan en el cuadro No. 2. La opción más económica en este caso también fue la 6.

Alter-nativa	Hidro (MW prom.)	Térmica (MW prom.)	Costo Total Mill. US\$/año
1	0	2000	1030
2	300	1600	1058
3	700	1200	842
4	1100	800	656
5	1500	400	494
6	1900	0	464
7	2000	0	474

Cuadro No. 2 - Alternativas de Expansión - Demanda 2000 MW

2.4 Incertidumbre en la demanda

Se considera ahora que puede ocurrir *tanto* una demanda de 1000 MW *como* una de 2000 MW, con 50% de probabilidad para cada escenario. En este caso, el objetivo es minimizar la suma del costo de inversión y del *promedio* de los costos operativos para los dos escenarios de demanda. La Figura No. 4 ilustra el proceso de planificación (el escenario 1 corresponde a la demanda de 1000 MW; el escenario 2, a la de 2000 MW).

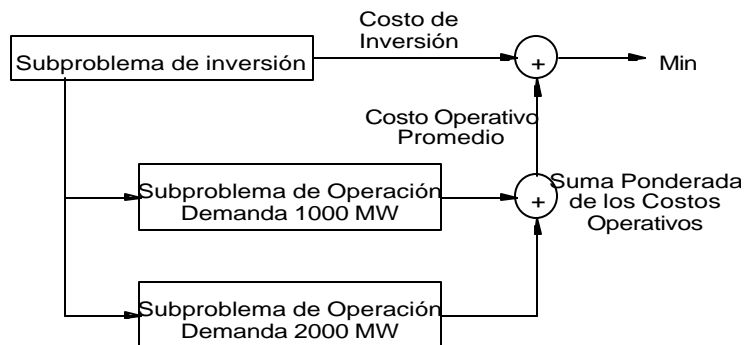


Figura No. 4 - Planificación bajo Incertidumbre en la Demanda

El cuadro No. 3 presenta las alternativas de expansión para este caso. Entre otras, estas alternativas incluyen las opciones óptimas para los casos determinísticos (950 MW hidro y 1900 MW hidro), y la solución óptima para una demanda determinística es igual al promedio de las demandas (1500 MW - solución óptima 1425 MW hidro). El cuadro también presenta los costos de inversión y operación para cada escenario de demanda, y el costo promedio de los dos escenarios.

Al- ter nat.	Hidro (MW prom.)	Térmica (MW promed.)	Costo Escena. 1	Costo Escen. 2	Costo Promed. Mill.US\$/ año
1	950	0	232	2360	1296
2	1425	0	337	947	642
3	1700	0	402	541	472
4	1900	0	449	463	456
5	1700	200	427	464	445
6	1500	400	405	493	449

Cuadro No. 3 - Alternativas de Expansión - Incertidumbre en la demanda

La opción óptima en este caso es la 5, que presenta una proporción de 10.5% de capacidad termoeléctrica. Se observa que las soluciones óptimas para cada demanda en separado fueron 100% hidroeléctricas, así como la solución óptima para el promedio de las demandas. Se concluye, por lo tanto, que *la opción óptima en caso de incertidumbre no es una combinación de las opciones óptimas para los casos determinísticos.*

## 2.5 Incertidumbre en los costos de combustible

Se supone ahora que hay dos escenarios de costo de combustible, US\$ 30/MWh y US\$ 50/MWh, con probabilidad de 50% cada uno. La solución óptima es la que minimiza el costo de inversión más el promedio de los costos operativos para los escenarios *combinados* de costo térmico y demanda. El procedimiento se ilustra en la Figura No. 5.

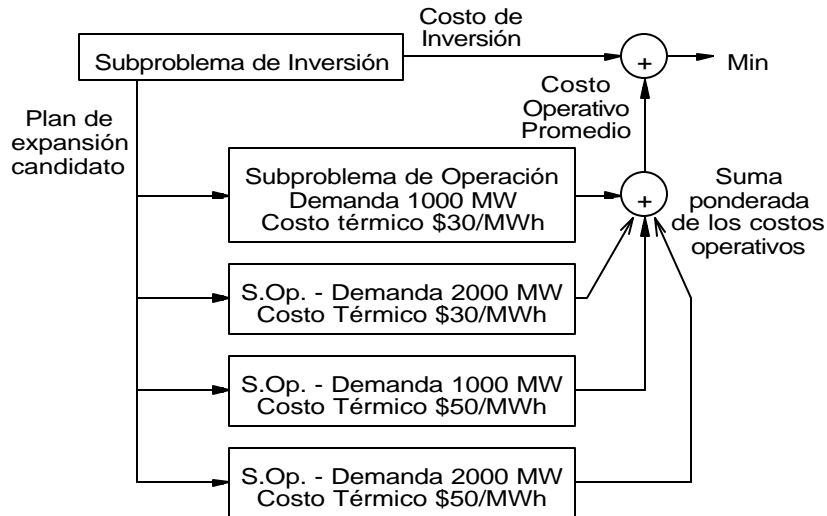


Figura No. 5 - Planificación bajo Incertidumbre en la Demanda y Costos de Combustible.

El cuadro No. 4 presenta las alternativas de expansión (las mismas del cuadro No. 3) y el costo promedio de inversión y operación para los cuatro escenarios.

Al- ter.	Hidro (MW prom.)	Térmica (MW prom.)	Costo Promedio Mill. US\$/año
1	950	0	1296
2	1425	0	642
3	1700	0	472
4	1900	0	456
5	1700	200	443
6	1500	400	442

Cuadro No. 4 - Alternativas de Expansión Incertidumbre en la Demanda y Costos de Combustible

Se observa que los costos asociados a las alternativas 1 hasta 4 no se afectan, pues son 100% hidroeléctricas. La solución óptima en este caso es la 6, con una proporción de 21% de capacidad termoeléctrica.

## 2.6 Criterios de arrepentimiento

El criterio de minimizar el promedio de los costos de inversión y operación en estudios de planificación es adecuado si una *muestra significativa* de los escenarios operativos ocurre a lo largo del período de estudio. Por ejemplo, en el cálculo del costo operativo de un sistema térmico sin crecimiento de la demanda, la generación de las plantas térmicas a cada semana es semejante, con alguna variación debido a la salida forzada o mantenimiento de los equipos.

Sin embargo, esta condición no ocurre si hay una incertidumbre significativa en las *tasas de crecimiento* de la demanda. En este caso, solamente *uno* de los escenarios de demanda ocurrirá en la realidad. Como los costos de inversión y operación varían de manera significativa para cada escenario, es posible que una decisión de inversión que sea óptima "en promedio" sea poco adecuada para uno o más escenarios específicos.

Este problema se compara al de hacer un seguro de incendio. En el cuadro No. 5 se presentan dos escenarios futuros (ocurre o no ocurre un incendio) con probabilidades respectivas de 0.1% y 99.9%. El

costo de la póliza es US\$ 2 y el perjuicio en caso de incendio es US\$ 1000. Para cada escenario, se calculan entonces los costos asociados a las decisiones de comprar o no comprar seguro.

Escenario y Probabilidad	Decisión Comprar Seguro	Decisión No Comprar Seguro
Ocurre Incendio (0.1%)	\$ 2	\$ 1000
No Ocurre Incendio (99.9%)	\$ 2	\$ 0
<b>Costo Promedio</b>	\$ 2	\$ 1

Cuadro No. 5 - Compra de un Seguro de Incendio Criterio Costo Promedio

El costo *promedio* de no hacer el seguro es US\$ 1, mientras que hacerlo cuesta US\$ 2. Por lo tanto, bajo el criterio de costo promedio, la opción de *no* hacer seguro es la más económica. Sin embargo, *para el escenario de incendio*, la decisión de no hacer el seguro es muy costosa, pues resulta en perjuicios de US\$ 1000. Como un incendio es un evento relativamente improbable, pero posible, se es vulnerable con respecto a este escenario.

Una manera de tomar en cuenta la vulnerabilidad es calcular el *arrepentimiento* asociado a cada combinación de decisión y escenario. El arrepentimiento es la diferencia entre el costo real y el mejor costo posible *si el futuro fuese conocido*. En otras palabras, es el "precio" que se paga por no conocer el futuro.

El cuadro No. 6 muestra la matriz de costo x decisión para cada escenario, suponiendo un conocimiento perfecto del futuro.

Escenario	Decisión Comprar Seguro	Decisión No Comprar Seguro	Costo Óptimo para cada Escenario
Con Incendio	\$ 2	\$ 1000	\$ 2
Sin Incendio	\$ 2	\$ 0	\$ 0

Cuadro No. 6 - Decisión Óptima con Conocimiento del Futuro

La decisión óptima en este caso es, obviamente, hacer seguro en caso de incendio y no hacerlo en caso contrario. El costo óptimo para cada escenario se utiliza en el cálculo del arrepentimiento, como se muestra en el cuadro No. 7. El *máximo arrepentimiento* asociado a una decisión es el mayor valor observado sobre todos los escenarios. Se observa que el max-arrepentimiento de la decisión "comprar seguro" es \$ 2. A su vez, la decisión "no comprar" tiene un max-arrepentimiento de \$ 998.

En el *criterio de Savage*, o *minimax*, la decisión óptima es la que *minimiza* el máximo arrepentimiento. Su objetivo es por lo tanto *limitar* los máximos perjuicios en todos los escenarios. En el caso del seguro de incendio, esto implicaría en comprar la póliza.

Escenario	Decisión Comprar Seguro	Decisión No Comprar Seguro
Con Incendio	$2 - 2 = \$ 0$	$1000 - 2 = \$ 998$
Sin Incendio	$2 - 0 = \$ 2$	$0 - 0 = \$ 0$
<b>Máx.Arrepentim.</b>	\$ 2	\$ 998

Cuadro No. 7 - Compra de un Seguro de Incendio - Criterio Minimax

En este ejemplo sencillo, la decisión minimax es igual a la solución determinística para el escenario más "severo". Por lo tanto, se podría suponer que el criterio minimax es "pesimista", esto es, que se afecta en

exceso por los escenarios más desfavorables. Se muestra a continuación que esta impresión no es correcta, y que el criterio minimax produce planes de expansión bastante equilibrados.

### 2.7 Expansión óptima bajo el criterio minimax

El proceso de planificación con el criterio minimax se implementa en dos etapas. En la primera, se calculan los *costos de referencia*, por medio de una optimización *determinística* para cada escenario, como se muestra en la Figura No. 6.

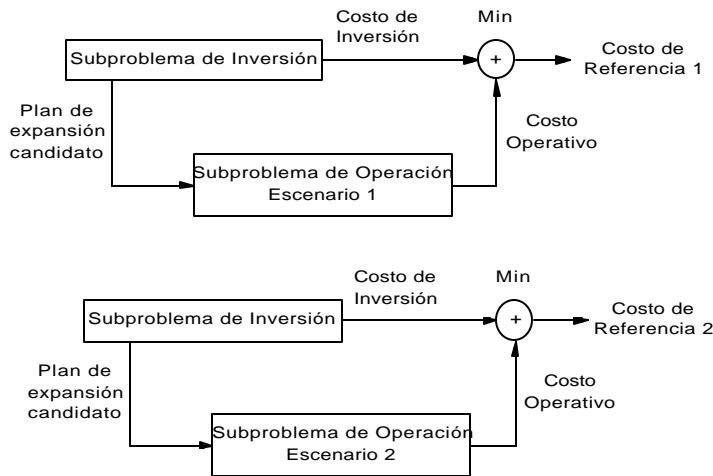


Figura No. 6 - Cálculo de los Costos

de Referencia

A continuación, se determina el plan que minimiza el máximo arrepentimiento, como se ilustra en la Figura No. 7.

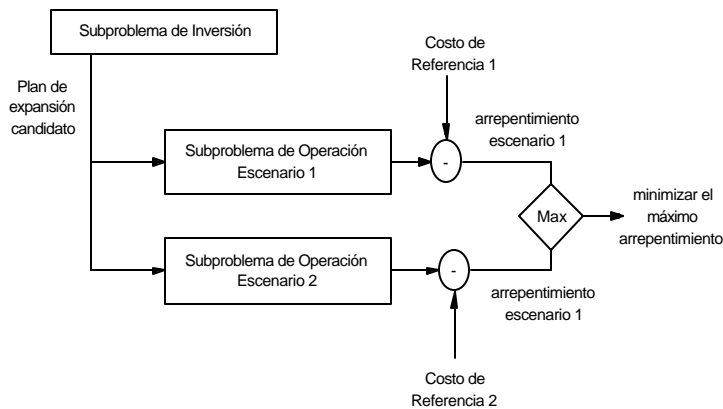


Figura No. 7 - Criterio Minimax

El cuadro de alternativas de expansión para el caso ejemplo de incertidumbre sólo en la demanda se reproduce a continuación (cuadro No. 8). Los costos de referencia para cada escenario son los de las alternativas 1 y 4, indicados en gris. El costo de la alternativa 1 se subtrae de los costos de inversión y operación de cada candidato en el escenario de demanda 1. De manera análoga, el costo de la alternativa 4 se subtrae de cada candidato en el escenario de demanda 2. Los resultados se presentan en el cuadro No. 9.

Al- ter.	Hidro (MW p.)	Térmica (MW p.)	Costo Escenario 1 Mil.US\$/año	Costo Escenario 2 Mil.US\$/año
1	950	0	232	2360
2	1425	0	337	947
3	1700	0	402	541
4	1900	0	449	463
5	1700	200	427	464
6	1500	400	405	493

Cuadro No. 8 - Determinación de los Costos de Referencia

Alter nat.	Hidro (MW prom.)	Térmica (MW p.)	Arrep. Escen.1	Arrep. Escen. 2	Max. Arrep.
1	950	0	0	1897	1897
2	1425	0	105	484	484
3	1700	0	170	78	170
4	1900	0	217	0	217
5	1700	200	195	1	195
6	1500	400	173	30	173

Cuadro No. 9 - Matriz de Arrepentimientos

La solución minimax en este caso es la 3, que corresponde a la construcción de 1700 MW hidro. Se observa que esta solución *no es* la mejor alternativa (esto es, la de menor arrepentimiento) ni en el escenario 1 o en el 2. Por otro lado, presenta un desempeño razonable en ambos escenarios. En otras palabras, la solución minimax "equilibra" los arrepentimientos a lo largo de los escenarios. También se observa que esta solución *no corresponde a la solución óptima determinística para el escenario más desfavorable*.

## 2.8 Estrategias de expansión

En los ejemplos de las secciones anteriores no se tomó en cuenta el *plazo de construcción* de las plantas hidroeléctricas y termoeléctricas. En los estudios a continuación, se asume que las hidro tienen un plazo de construcción de cinco años, y las térmicas, de solo tres años. En otras palabras, la decisión de inversión térmica se puede hacer dos años *después* de la decisión hidroeléctrica.

Se supone además que, pasados dos años, la incertidumbre con respecto a la demanda se *reduce*, ver la figura No.8.

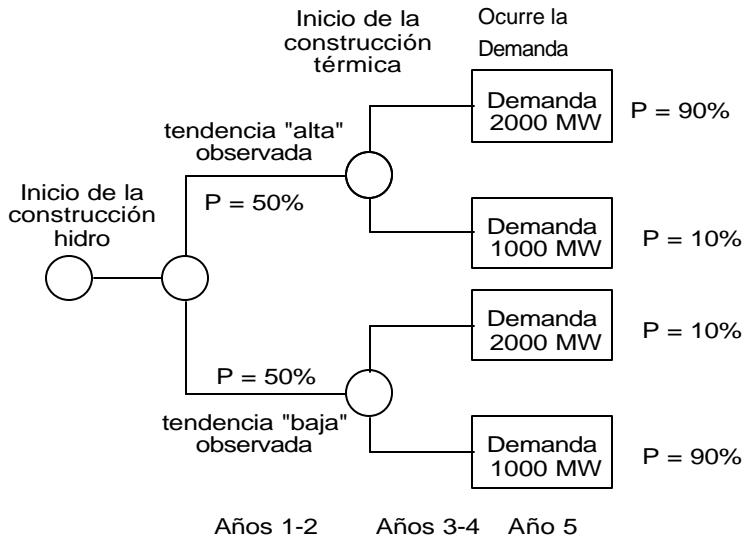


Figura No. 8 - Arbol de Crecimiento de la Demanda

de la Demanda

Si pasados 2 años se observa una tendencia "alta", la probabilidad de una demanda de 2000 MW es 90%. A su vez, si la tendencia observada es "baja", la probabilidad de la misma se reduce a 10%. Como la decisión de inversión térmica se puede hacer después de conocida la tendencia de la demanda, es posible tener decisiones *distintas* para cada tendencia. Por ejemplo, si la tendencia observada es "alta", se puede construir una capacidad térmica mayor que en el caso de tendencia "baja". En otras palabras, se define una *estrategia* de expansión que toma en cuenta la *adaptación* de las decisiones de inversión a los eventos observados.

El cuadro No. 10 presenta ocho estrategias de expansión para el sistema, representando distintas proporciones de hidro y térmica.

Altern.	Hidro 1er año	Térm. 3er año tend. baja	Térm. 3er año tend. alta
1	1900	0	0
2	1700	0	200
3	1700	0	100
4	1500	0	400
5	1300	0	600
6	1100	0	800
7	950	0	950
8	700	250	1200

Cuadro No. 10 - Alternativas de Expansión - Incertidumbre en la Demanda

En el cuadro No.11 se muestran los costos de las alternativas para cada "rama" del árbol de demandas.

Est r a t e g i a	Tend. Baja Dem. Final 1000 MW (P=0.45)	Tend. Baja Dem. Final 2000 MW (P=0.05)	Tend. Alta Dem. Final 1000 MW (P=0.05)	Tend. Alta Dem. Final 2000 MW (P=0.45)	Costo Promed. Mill. US\$/año
1	449	463	449	463	456
2	402	541	427	464	438
3	402	541	415	489	449
4	355	793	406	493	442

5	307	1293	384	565	476
6	260	1903	362	655	525
7	232	2360	347	724	566
8	261	2606	374	842	645

Cuadro 11 - Costos de las Estrategias de Expansión

La estrategia óptima usando el criterio de minimizar el costo promedio es la 2, que corresponde a 1700 MW de hidro y 200 MW de térmica en el caso de tendencia alta (en el caso de tendencia baja, no se construye térmica) . Se observa que esta estrategia es semejante al mejor plan del cuadro No. 3 (1700 MW hidro - 200 MW térmica), pero tiene costos menores.

Los costos de referencia para el criterio min-max arrepentimiento son los óptimos determinísticos del cuadro No. 8 para cada demanda (232 para la demanda final de 1000 MW y 463 para la demanda de 2000 MW). Estos costos de referencia se substraen de los valores del cuadro No. 11, y los resultados se presentan en el Cuadro No. 12.

<b>Es- trate- gia</b>	<b>Tend. Baja Dem. Final 1000 MW (P=0.45)</b>	<b>Tend. Baja Dem. Final 2000 MW (P=0.05)</b>	<b>Tend. Alta Dem. Final 1000 MW (P=0.05)</b>	<b>Tend. Alta Dem.Final 2000 MW (P=0.45)</b>	<b>Max. Arrep</b>
1	217	0	217	0	217
2	170	78	195	1	195
3	170	78	183	26	183
4	123	330	174	30	330
5	75	830	152	102	830
6	28	1440	130	192	1440
7	0	1897	115	261	1897
8	29	2143	142	379	2143

Cuadro 12 - Arrepentimientos de las Estrategias de Expansión

La estrategia óptima minimax en este caso es la 3. Se observa que esta estrategia no es la mejor para los distintos escenarios, pero tiene un desempeño razonable en todos.

## ***CAPITULO III***

---

### **3. CARACTERISTICAS BASICAS DEL MODPIN**

#### **3.1 Componentes Básicos del Modelo**

Los datos de entrada del modelo se dividen en seis clases:

1. sistema de generación
2. sistema de transmisión
3. equipos candidatos
4. datos de demanda
5. datos hidrológicos
6. restricciones financieras

#### **3.2 Representación del parque generador**

El parque generador se compone de plantas termoeléctricas e hidroeléctricas, cuya modelación se presenta a continuación.

##### **3.2.1 Plantas termoeléctricas**

Las plantas termoeléctricas se representan de acuerdo con los siguientes parámetros:

- costo unitario de operación (\$/MWh)
- límite máximo de generación (MW)
- límite mínimo de generación (MW)

El déficit de suministro de la demanda se representa como una térmica ficticia de capacidad infinita y costo de operación elevado.

##### **3.2.2 Plantas hidroeléctricas**

Las plantas hidroeléctricas se representan de acuerdo con los siguientes parámetros:

- volumen máximo de almacenamiento ( $\text{Hm}^3$ )
- volumen mínimo de almacenamiento ( $\text{Hm}^3$ )
- límite máximo de turbinamiento ( $\text{m}^3/\text{s}$ )
- coeficiente de producción ( $\text{MW}/\text{m}^3/\text{s}$ )

Además de estos parámetros, se requiere la *topología* del sistema hidroeléctrico, esto es, la secuencia de plantas en cascada. La figura No. 9 ilustra la topología de un sistema con cuatro embalses.

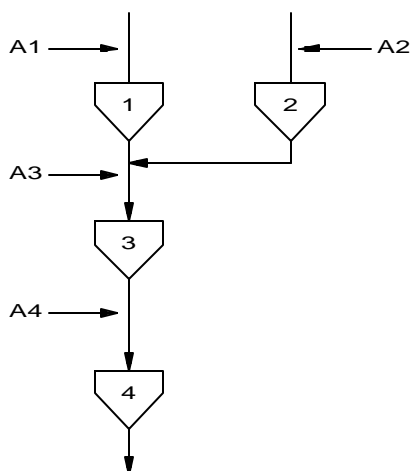


Figura No. 9 - Embalses en Cascada

El *balance hídrico* en cada etapa se representa como:

$$V_{t+1}(i) = V_t(i) + A_t(i) - U_t(i) - S_t(i) + \sum_{j \in M_i} [U_t(j) + S_t(j)]$$

para  $t = 1, \dots, T$ ; para  $i = 1, \dots, I$

donde:

- t indexa las etapas (típicamente meses o trimestres)
- T horizonte del estudio (típicamente quince o veinte años)
- i indexa los embalses
- I conjunto de embalses
- $V_t(i)$  volumen almacenado del embalse i al inicio de la etapa t
- $A_t(i)$  volumen lateral afluente al embalse i a lo largo de la etapa t
- $U_t(i)$  volumen turbinado por la planta i en la etapa t
- $S_t(i)$  volumen vertido por la planta i en la etapa t
- $M_i$  conjunto de plantas inmediatamente aguas arriba de la planta i

En el balance hídrico se observan las restricciones de límite máximo de almacenamiento en los embalses y límite de turbinamiento en las centrales hidroeléctricas.

### 3.3 Representación del sistema de transmisión

Los límites de transmisión entre áreas se representan por medio de dos parámetros:

- capacidad máxima de transmisión (MW)
- balances de demanda en cada subsistema

La figura No. 10 ilustra la representación de un sistema con tres áreas.

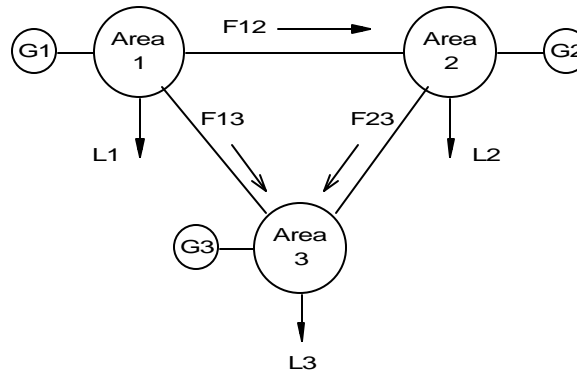


Figura No. 10 - Representación del Sistema Interconectado

El *balance de energía* en cada área se repite para cada etapa, y para cada escalón de demanda en la etapa:

$$\sum_{i \in k} \rho(i)U(i) + \sum_{j \in k} GT(j) + \sum_{l \in \Omega(k)} [p(k,l)F(l,k) - F(k,l)] = L(k)$$

para  $k = 1, \dots, K$

donde:

- k indexa las áreas del subsistema
- K conjunto de áreas
- $i \in k$  conjunto de plantas hidroeléctricas en el área k
- $\rho(i)$  coeficiente de producción de la planta i
- U(i) volumen turbinado en la planta i
- $j \in k$  conjunto de centrales termoeléctricas en el área k
- GT(j) energía generada en la planta térmica j
- $\Omega(k)$  conjunto de áreas directamente conectadas con el área k
- F(l,k) flujo de energía del área l para el área k
- p(k,l) coeficiente de pérdidas en la transmisión de l para k
- L(k) demanda en el área k

En cada balance de energía se observan los límites de generación térmica y los límites de capacidad de las interconexiones.

### 3.4 Representación de los equipos candidatos

Se puede reforzar el sistema con plantas hidroeléctricas, plantas termoeléctricas y circuitos de interconexión. Además de los parámetros operativos de estos equipos, presentados en los ítems anteriores, se requieren los siguientes datos:

- costo de inversión
- plazo de construcción
- fecha mínima para entrada en operación
- fecha máxima para entrada en operación

### 3.5 Representación de la demanda

Tal como fue discutido en la sección anterior, la demanda se representa como un "árbol" de escenarios alternativos en cada etapa del estudio de planificación. La Figura No. 11 ilustra este concepto para un período de estudio de cinco años.

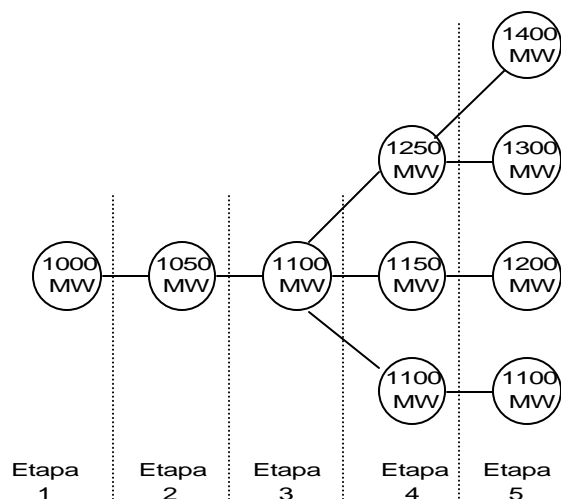


Figura No. 11 - Arbol de Demandas

En este ejemplo, se considera que hay poca incertidumbre en el pronóstico de demanda para los tres primeros años. A partir del año 4, hay tres escenarios posibles: una "Recesión económica", con crecimiento cero de la demanda (1100 MW), un crecimiento moderado (1150 MW), y un "boom" económico, que resulta en una demanda de 1250 MW. Las demandas en la última etapa dependen del escenario observado en la etapa 4. Para los escenarios de recesión y crecimiento moderado, siguen las tendencias observadas (demanda de 1100 MW en el primer caso y 1200 MW en el segundo). Para el escenario de gran crecimiento, se tiene otras incertidumbres, que corresponden a un fuerte crecimiento adicional (1400 MW) o un crecimiento moderado (1300 MW).

### 3.6 Datos hidrológicos

La variación de la disponibilidad hidrológica tiene un papel crítico en los estudios de expansión y operación de sistemas hidrotérmicos. Este fenómeno hidrológico se modela por medio de los parámetros del modelo estocástico de caudales y de secuencias de caudales  $\{A_t, t=1, \dots, T\}$  asociadas a *probabilidades de ocurrencia*. Estas secuencias se producen a partir de los datos históricos o de modelos estocásticos de caudales en el Módulo de Hidrología.

Los parámetros del modelo estocástico de caudales se utilizan en el cálculo de la política operativa óptima por medio de la programación dinámica dual estocástica (PDDE) (ver sección 3.8 del Manual de Referencia del MODPIN).

Estas secuencias de caudales se utilizan en la *simulación operativa* del sistema hidrotérmico. Para cada secuencia, se ejecutan los balances hídricos y los balances de energía, tomando en cuenta las restricciones operativas (límites de almacenamiento y turbinamiento, límites de intercambio y generación térmica etc.). El costo operativo promedio se calcula como la suma ponderada de los costos operativos calculados para cada secuencia de caudales.

La Figura No. 12 ilustra el proceso de planificación para un sistema con tres escenarios de caudales. En este ejemplo, no hay incertidumbres en la demanda o en el costo de combustible. Por lo tanto, el número de escenarios operativos es igual al número de secuencias de caudales.

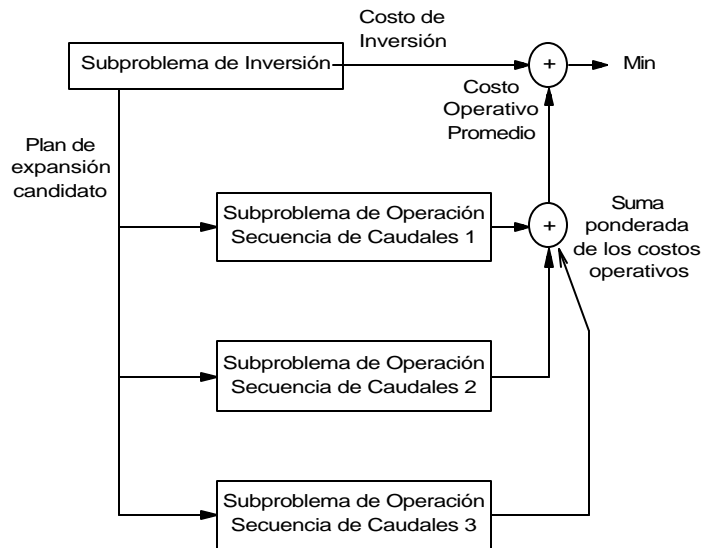


Figura No. 12 - Expansión con Incertidumbre en los Caudales

### 3.7 Restricciones financieras

Es posible que un plan de mínimo costo actualizado de construcción y operación sea *infactible* en términos *financieros*, esto es, el cronograma de desembolsos asociado al plan de expansión puede exceder los recursos disponibles en un determinado año o conjunto de años. Este problema es bastante grave en muchos países debido a las dificultades económicas y al deterioro financiero de las empresas concesionarias.

La limitación de recursos para inversión afecta el proceso de planificación de la expansión, pues es posible que una obra atractiva en términos económicos sea sustituida por otra más cara, con el perfil de desembolsos más adecuado a la disponibilidad de recursos.

Los aspectos financieros se representan por medio de la siguiente restricción: para cada año, la suma de los ingresos por venta de energía, más los recursos de préstamos normales y los recursos de préstamos emergentes debe exceder los requisitos de inversión más los costos operativos promedios.

Los préstamos normales tienen costos más bajos, que reflejan las tasas de oportunidad de la empresa, o tasas de préstamo de instituciones multilaterales (BID, BIRF). Sin embargo, hay límites para el total de préstamos de este tipo. A su vez, el costo de los recursos emergentes es más alto, corresponde a una penalización por la violación de las restricciones financieras. Este costo es en general muy elevado.

### 3.8 Metodología de solución

#### 3.8.1 Descomposición de Benders

La metodología de solución se basa en la *descomposición* del problema en un *subproblema de inversión*, donde se definen los planes candidatos, y un *subproblema de operación*, donde se evalúan los costos operativos asociados a estos planes candidatos. El proceso de descomposición se ilustra en la Figura No.13.

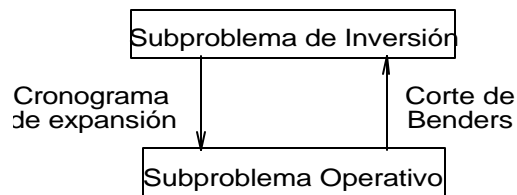


Figura No. 13 - Esquema de Descomposición

La retroalimentación del subproblema operativo para el sub-problema de inversión se hace por medio de una restricción lineal, el corte de Benders. Los coeficientes de esta restricción son los *costos marginales* asociados al refuerzo de cada tipo de equipo candidato.

### 3.8.2 Extensión del algoritmo para problemas estocásticos

El algoritmo de descomposición también representa múltiples escenarios operativos. En este caso, los coeficientes del corte de Benders son el promedio de los costos marginales asociados al refuerzo de cada equipo, como se ilustra en la Figura No.14.

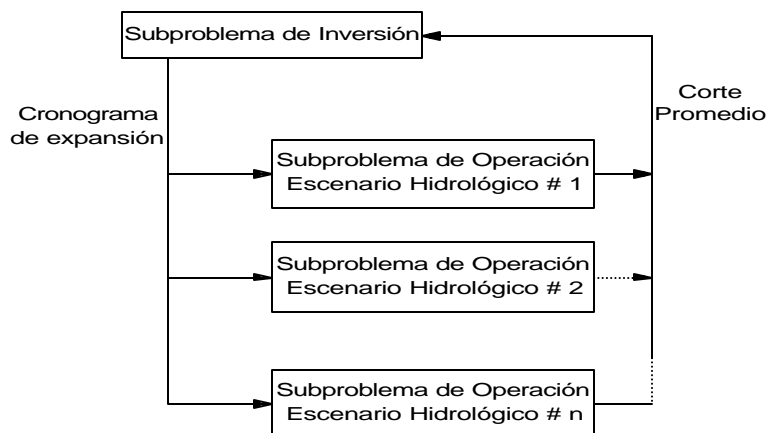
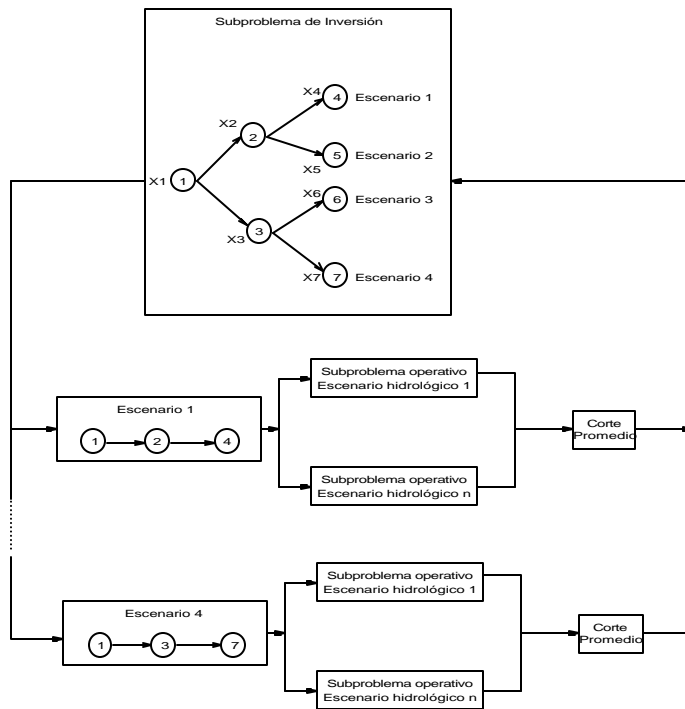


Figura No. 14. Esquema de Descomposición para la Múltiples Escenarios

El proceso de descomposición en el MODPIN se ilustra en la Figura No.15. Obsérvese que la incertidumbre de los caudales se toma en cuenta considerando  $n$  series hidrológicas cada una con probabilidad de ocurrencia  $p_j$ .



descomposición para la estrategia de expansión

Figura No. 15. Esquema de



## *CAPITULO IV*

---

### 4. ASPECTOS COMPUTACIONALES

El tiempo de ejecución del MODPIN se estima como:

$$\begin{aligned} \text{Fase 1: } & \text{NESCEN1} * \text{NITER1} * (\text{TINV1} + \text{TOPER}) \\ & + \\ \text{Fase 2: } & \text{NITER2} * (\text{TINV2} + \text{NESCEN1} * \text{NESCEN2} * \text{TOPER}) \end{aligned}$$

donde:

NESCEN1	número de escenarios de demanda
NESCEN2	número de escenarios de costo de combustible y atrasos en la construcción
NITER1	número de iteraciones del algoritmo de descomposición
TINV1	tiempo de ejecución del subproblema de inversión en la Fase 1
TOPER	tiempo de ejecución del subproblema operativo para cada escenario
TINV2	tiempo de ejecución del subproblema de inversión en la Fase 2

Todos estos parámetros dependen de las características del sistema generador. Se presentan a continuación algunas sugerencias y valores recomendados, basados en las experiencias con los sistemas de Costa Rica, Colombia y Brasil.

Las iteraciones NITER1 y NITER2 dependen de la tolerancia para convergencia. Se recomiendan valores de alrededor del 1% para NITER1 y 2% para NITER2. El número de iteraciones observado en las pruebas varió de 5 a 15. Se recomienda ejecutar inicialmente solo la Fase 1, y analizar los resultados. La Fase 2 se puede ejecutar después, aprovechando los resultados de la Fase 1.

Si todas las variables son continuas, los subproblemas de inversión de las Fases 1 y 2 típicamente se resuelven en pocos segundos (la referencia para los tiempos es un PC 486, 66 MHz). Sin embargo, estos tiempos aumentan muy rápidamente con el número de variables enteras. En la Fase 1 del MODPIN, este número se estima como

$$\text{NENT1} = \text{NCAND} * \text{NPER}$$

donde NENT1 es el número de variables enteras, NCAND es el número de plantas candidatas que se representan como enteras, y NPER es el número de años en que se puede construir cada planta.

En la Fase 2 del MODPIN, el número de variables enteras se multiplica por el número de escenarios de demanda:

$$\text{NENT2} = \text{NENT1} * \text{NESCEN1}$$

En los problemas ejecutados, NENT1 y NENT2 estuvieron alrededor de 100 y 200, respectivamente. Se observó que los tiempos de ejecución para las primeras 5-8 iteraciones en la Fase 1 fueron del orden de 1-2 minutos. En algunos casos, este tiempo para las iteraciones finales fue bastante mayor, llegando hasta 1 hora. En la Fase 2, estos tiempos fueron del orden de 5 minutos para las primeras iteraciones, llegando hasta 2 horas, en algunos casos. En todos los casos, se recomienda reducir el número de variables enteras por medio de los siguientes procedimientos: (a) ejecutar pruebas preliminares con todas las variables

continuas; solamente representar como enteras las plantas con economía de escala (por ejemplo, hidroeléctricas de gran capacidad) que se construyen en las primeras etapas del período de estudio; (b) utilizar túneles para reducir el número de opciones de períodos de construcción para las variables enteras.

En el subproblema de operación se pueden representar las plantas hidroeléctricas de manera agregada o detallada. El tiempo de ejecución TOPER del modelo agregado se estima como:

$$\text{TOPER} = \text{NSEC} * \text{NPER} * \text{NESC}$$

donde NSEC es el número de secuencias hidrológicas, NPER es el número de etapas del problema operativo, y NESC es el número de escalones de demanda. Se recomienda hacer comparaciones con el sistema, para verificar si es posible utilizar períodos operativos trimestrales, y no mensuales, y reducir el número de escalones al máximo.

El tiempo de ejecución del modelo agregado para el sistema de Colombia (52 etapas, 1 escalón, 1 secuencia hidrológica) es de alrededor de 1 segundo. Sin embargo, se observa que este mismo tiempo puede aumentar si se utilizan 20 secuencias, etapas mensuales, y 4 escalones de demanda.

El tiempo de ejecución del modelo detallado se estima como:

$$\text{TOPER} = \text{NITER3} * \text{NPER} * \text{L} * (\text{N} + 1)$$

donde NITER3 es el número de iteraciones del algoritmo de programación dinámica dual estocástica, L es el número de secuencias hidrológicas, y N es el número de discretizaciones de los caudales. En las pruebas, NITER3 varió entre 1 y 4. Se recomienda hacer un análisis de sensibilidad de los costos operativos con respecto a L y N. En las pruebas se utilizó L=15, y N=10. Como referencia, el tiempo de ejecución del modelo detallado para Colombia (operación estocástica, 52 etapas, 1 escalón, L=15 secuencias hidrológicas, N=10) fue de 600 segundos. Se recomienda por lo tanto hacer todos los estudios preliminares y análisis de los datos con el modelo agregado.

Finalmente, se observa que el subproblema operativo se resuelve para cada escenario de costo de combustible y atraso en la construcción. Por lo tanto, se recomienda restringir al máximo el número de estos escenarios, NESCEN2.

## *CAPITULO V*

---

### 5. REFERENCIAS

- [1] E.Crousillat, "Risk and Uncertainty in Power Planning", UNDP General Review Seminar, Tunis, Dec. 1988.
- [2] EPRI, *Mathematical Decomposition Techniques for Power System Expansion Planning*, Report EL-5209, vol.1-5, Feb.1988.
- [3] M.Farber, E.Brusger, N.Gerber, *MIDAS*, Multiobjective Integrated Decision Analysis System, EPRI, vol.2, 1988.
- [4] EPRI, *RISKMIN: An Approach to Risk Evaluation in Electric Resource Planning*, Report EL-5851, vol.1, Aug.1988.
- [5] H.M.Merrill, A.J.Wood, "Risk and Uncertainty in Power System Planning", 10th. PSCC, Austria, Aug. 1990.
- [6] G.B.Dantzig, P.W.Glynn, *Proceedings of the Workshop on Resource Planning under Uncertainty for Electric Power Systems*, Stanford University, Jan.1989.
- [7] Y.Ermotiev, R.J-B.Wets, *Numerical Techniques for Stochastic Optimization*, Springer-Verlag, Berlin, 1988.
- [8] EPRI, *Electric Generation Expansion Analysis System*, Report EL-2561, Aug.1982.
- [9] A.N.Halter, G.W.Dean, *Decision Under Uncertainty*, South-Western Publishing Co., 1971.
- [10] J.P.Costa, N.M.Campodónico, B.G.Gorenstin, M.V.F.Pereira, "A Model for Optimal Energy Expansion in Interconnected Hydrosystems", 10th PSCC, Austria, Aug. 1990.
- [11] E.Johnson, "Networks and basic solutions", *Operations Research* vol. 14, 1966.
- [12] M.V.F.Pereira, L.M.V.G. Pinto, "Stochastic optimization of a hydroelectric system: a decomposition approach", *Water Resources Research* vol 21(6), 1985.
- [13] J.F.Benders, "Partitioning procedures for solving mixed variables programming problems", *Numer. Math* 4, 1962.
- [14] L.A.Terry, M.V.F.Pereira, T.A.Araripe Neto, L.F.C.A.Silva, P.R.H.Sales, "Coordinating the energy generation of the brazilian national hydrothermal electrical generating system", *Interfaces* 16, 1986.
- [15] M.J.Daher, "Generation Expansion Planning with Demand Uncertainty", MSc Thesis Dissertation, UNICAMP, Jun.1989.



## **APENDICES**



**APENDICE No. A**

**ESTRATEGIAS DE SOLUCION DE PROBLEMAS CON MULTIPLES OBJETIVOS**



# APENDICE No. A

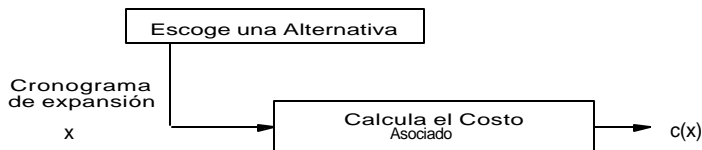
## 1. OPTIMIZACION CON UN UNICO OBJETIVO

El planeamiento de la expansión se puede plantear como el siguiente problema de optimización:

$$\begin{array}{ll} \text{Min} & c(x) \\ \text{sujeto a} & \\ & x \in X \end{array} \quad (1)$$

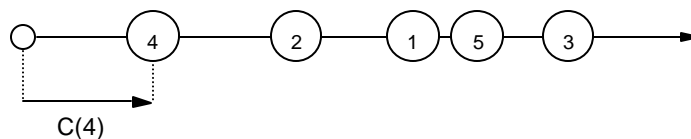
donde  $x$  es un vector con  $n$  componentes:  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ . Cada componente  $x_i$  representa una posible *decisión*. Por ejemplo,  $x_i = 1$  puede representar la decisión de construir la  $i$ -ésima *planta de un conjunto de candidatas*;  $x_i = 0$  representa la decisión de no construir la misma. A su vez,  $X$  representa el conjunto de alternativas de decisiones *factibles*, esto es, que atienden las restricciones de capacidad instalada mínima, restricciones financieras etc. Finalmente,  $c(x)$  representa el costo total de inversión y operación asociado a la alternativa de expansión  $x$ .

En términos conceptuales, el problema (1) se resuelve de una manera directa: calcule el costo  $c(x)$  asociado a cada alternativa factible  $x \in X$ , y seleccione la alternativa de menor costo. En la práctica, debido al gran número de alternativas, se utilizan algoritmos especializados de optimización lineal o entera. Mientras el desarrollo e implementación de estos algoritmos es una tarea compleja, que requiere conocimientos especializados, su utilización es "transparente" para el usuario. El proceso de decisión se representa en la figura No. 1.



**Figura No. 1 - Proceso de Planeamiento - Una Función Objetivo**

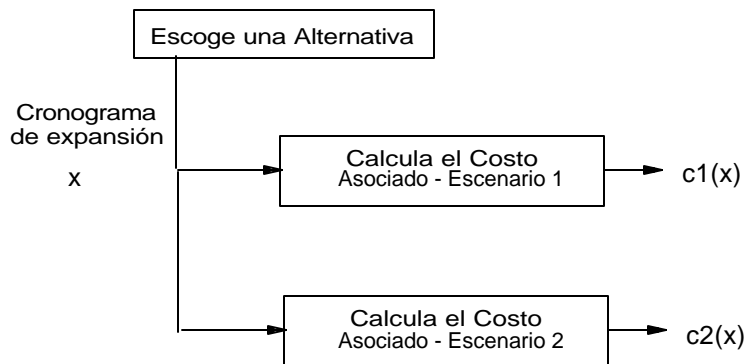
Este proceso también se puede representar como en la figura No. 2. Cada alternativa se representa como un punto en el eje horizontal. La distancia de este punto hasta el origen representa el costo de inversión y operación asociado. La alternativa óptima es naturalmente la que resulta más próxima al origen (en el ejemplo de la figura, la alternativa 4).



**Figura No. 2 - Alternativas de Expansión - Un Solo Objetivo**

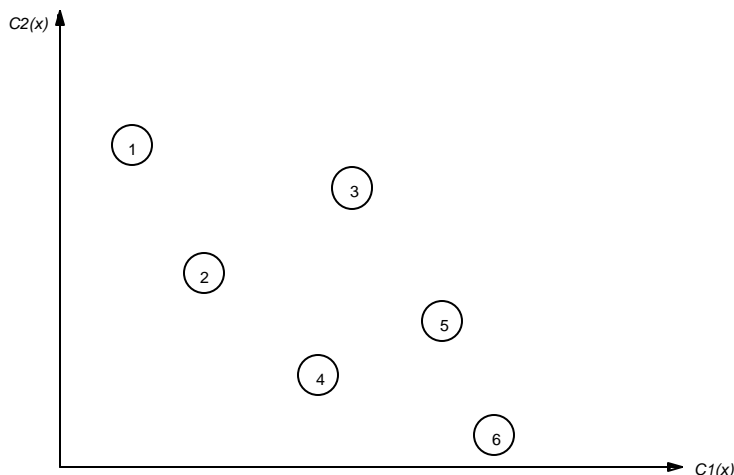
## 2. OPTIMIZACION CON MULTIPLES OBJETIVOS

La figura No. 3 muestra ahora un proceso con dos escenarios posibles de demanda futura asociados a cada alternativa, que resultan en costos distintos de inversión y operación,  $c_1(x)$  y  $c_2(x)$ . Cómo representar el proceso de optimización en este caso?



**Figura No. 3 - Proceso de Planeamiento - Múltiples Objetivo**

La figura No. 4 presenta una manera de visualizar el problema, donde cada alternativa se representa como un punto en dos dimensiones, con coordenadas  $c_1(x)$  y  $c_2(x)$ .



**Figura No. 4 - Alternativas de Expansión - Múltiples Objetivos**

Se observa en la figura No. 4 que la alternativa  $x$  que minimiza  $c_1(x)$  es la #1. A su vez, la alternativa que minimiza  $c_2(x)$  es la #6. En otras palabras, no existe una alternativa que sea *simultáneamente* la mejor en los dos escenarios. Cómo proceder en este caso?

**3. ALTERNATIVAS DOMINADAS Y PARETO OPTIMAS**

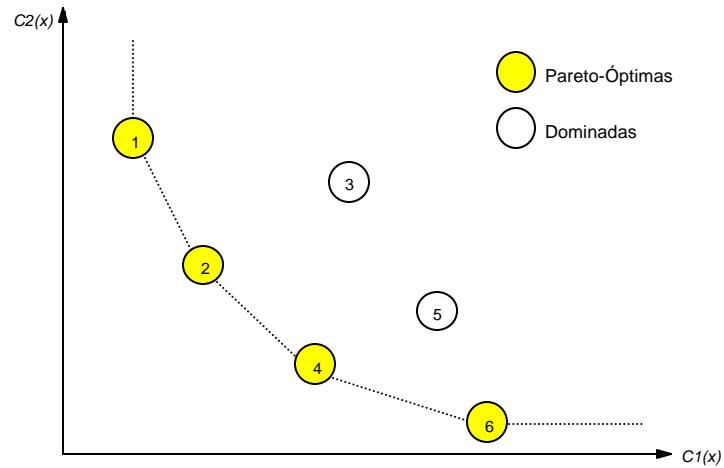
Suponga que existen  $p$  objetivos distintos. Se considera que una alternativa  $x^2$  es *dominada* por una alternativa  $x^1$  si los valores de *todas* sus funciones objetivo son superiores o iguales a los valores correspondientes de  $x^1$ , esto es:

$$\begin{aligned}
 c_1(x^1) &\leq c_1(x^2) \\
 c_2(x^1) &\leq c_2(x^2) \\
 &\dots
 \end{aligned}
 \tag{2}$$

$$c_p(x^1) \leq c_p(x^2)$$

Es intuitivo que la alternativa  $x^2$  es siempre preferible a la alternativa  $x^1$ , pues presenta mejores resultados bajo todos los aspectos. A su vez, se considera que una alternativa es *Pareto-óptima* si no es dominada por *ninguna* otra alternativa. En términos intuitivos, esta alternativa es superior a cada una de las otras en por lo menos una función objetivo, pudiendo ser inferior en relación con las demás funciones.

La figura No. 5 ilustra las alternativas Pareto-óptimas del conjunto de soluciones de la figura No. 4.



**Figura No. 5 - Alternativas Pareto-Óptimas**

#### 4. COMBINACION LINEAL DE FUNCIONES OBJETIVO

El concepto de Pareto-óptimas permite eliminar las alternativas dominadas. Las alternativas restantes se comparan por medio de una *función escalar*, correspondiente a una *combinación* de las distintas funciones objetivo. La función escalar más sencilla resulta de la suma ponderada de las distintas funciones objetivo:

$$z(x) = w_1 c_1(x) + w_2 c_2(x) + \dots + w_p c_p(x) \quad (3)$$

Los pesos  $\{w_1, \dots, w_p\}$  indican la importancia relativa de cada escenario para el proceso de toma de decisión. Por ejemplo, si los pesos representan las probabilidades de los escenarios,  $z(x)$  es el costo promedio de inversión y operación.

El proceso de selección de la mejor alternativa se ilustra en la figura No. 6.

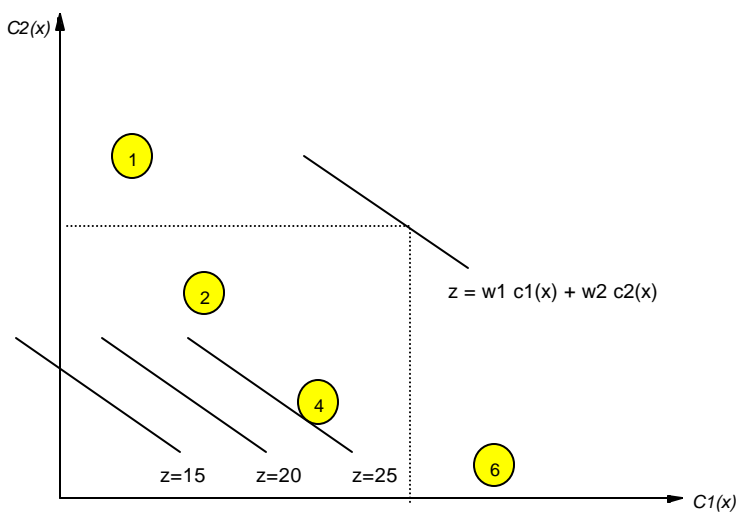
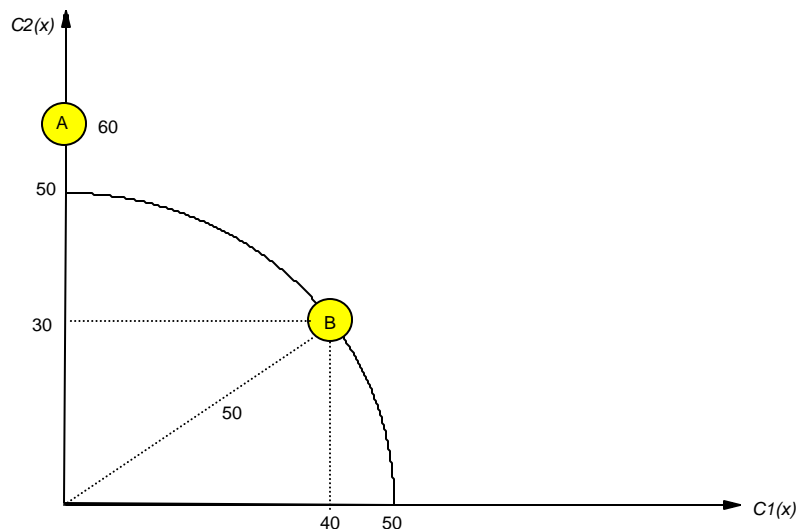


Figura No. 6 - Selección de la Mejor Alternativa

Cada segmento lineal en la Figura representa el conjunto de puntos de mismo valor  $z$ , semejante a una "curva de nivel" de topografía. La solución óptima se obtiene moviendo el segmento lineal hasta llegar a la alternativa Pareto-óptima con el mínimo valor de  $z$ . Se observa que la inclinación de la "curva de nivel" corresponde a la razón entre los pesos.

#### 5. FUNCIONES DISTANCIA

Los coeficientes de la función escalar indican cuantas unidades de la función objetivo #1 se requieren para compensar una variación de la función #2. En términos intuitivos, estos coeficientes no deberían ser constantes, sino que deberían depender de los costos en cada escenario. Por ejemplo, la figura No. 7 representa dos alternativas de expansión, A y B.



**Figura No. 7 - Función Distancia - Norma Euclidiana**

Los costos de A para los escenarios 1 y 2 son respectivamente 0 y 60. Los costos de B para los mismos escenarios son respectivamente 40 y 30.

Asumiendo que los escenarios tienen igual probabilidad, la alternativa A tiene un costo promedio de 30, más bajo que el de B (35). Sin embargo, la alternativa B parece más atractiva que la A en la figura.

La razón es que los costos de B en ambos escenarios son equilibrados, mientras A presenta resultados extremos: muy buenos en un escenario, pero muy malos en el otro. En otras palabras, la alternativa A es *vulnerable* con respecto al escenario #2.

Una manera de representar este aspecto es utilizar *funciones distancia*:

$$z(x) = \sqrt[n]{w_1 c_1(x)^n + w_2 c_2(x)^n + \dots + w_p c_p(x)^n} \quad (4)$$

donde  $z(x)$  es la distancia del punto  $x$  con respecto a la origen de los ejes coordenados. El cálculo de la distancia depende del exponente  $n$ , lo cual define la *norma* utilizada. Por ejemplo:

- a.  $n=1$  corresponde a la combinación lineal (3).
- b.  $n=2$  corresponde a la norma euclidiana, que se ilustra en la figura No. 7.
- c.  $n=\infty$  corresponde a la *norma sup*:

$$z(x) = \text{Max} \{c_j(x), j=1, \dots, p\}$$

En otras palabras, el costo escalar de la alternativa es igual al mayor costo sobre todos los escenarios. La figura No. 8 ilustra las "curvas de nivel" para la norma-sup.

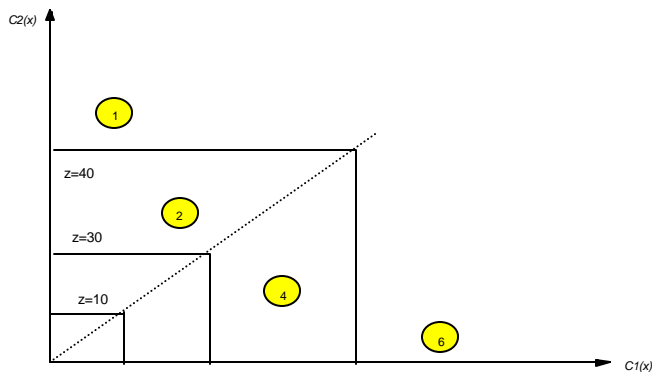


Figura No. 8 - Función Distancia - Norma Sup

### 6. FUNCIONES DE ARREPENTIMIENTO

Las funciones distancia de la Sección anterior se calculan con respecto al origen de los ejes. Una alternativa interesante es calcular las mismas con respecto a un *plan ideal*, cuyas coordenadas corresponden a los costos mínimos de cada función objetivo, tomados de manera aislada. En el caso de la figura No. 8, por ejemplo, la alternativa #1 corresponde al menor valor de la primera función objetivo,  $c_1(x)$ . A su vez, el menor valor de la segunda función objetivo,  $c_2(x)$ , se obtiene con la alternativa #6. Las coordenadas del plan ideal, o *plan de referencia*, son por lo tanto  $\{c_1(x_1), c_2(x_6)\}$ , como se observa en la figura No. 9.

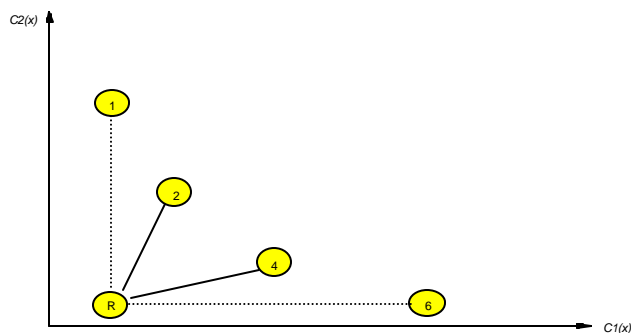


Figura No. 9 - Arrepentimientos

### 7. CRITERIO DE SAVAGE

Se observa que las distancias con respecto al plan de referencia  $R$  corresponden a los *arrepentimientos* utilizados en la metodología de planeamiento bajo incertidumbre. En particular, el criterio de Savage, o mini-max, corresponde a la selección del plan de mínimo arrepentimiento bajo la norma sup.